

Effets de la conduction pariétale et de la répartition du flux thermique sur la convection mixte près de l'entrée d'une conduite inclinée

Mohamed Ouzzane, Nicolas Galanis*

Département de génie mécanique, Université de Sherbrooke, Sherbrooke, J1K 2R1, Québec, Canada

(Reçu le 26 mai 1998, accepté le 30 novembre 1998)

Abridged English version at the end of the text

Abstract — Effects of wall and non-uniform thermal condition on developing flow with mixed convection in an inclined tube. The developing flow with mixed laminar convection in an inclined tube has been studied numerically for four different thermal boundary conditions: a uniform heat flux is applied over the entire circumference or its top half at either the outer tube surface or the fluid–solid interface. The calculated results for local parameters (circumferential distribution of the interfacial temperature, axial velocity profile, etc.) and for average variables (circumferentially average values of the Nusselt number and of the interfacial shear stress) are quite different, especially for high values of Grashof number. Thus, for $Gr = 10^6$, $Re = 500$ and $Pr = 7$, the asymptotic average Nusselt number for a uniform heat flux applied over the entire outer tube surface is 16.47; the corresponding values for a heat flux applied on the fluid–solid interface is 26.14 for uniform flux over the entire circumference and 29.71 for a heat flux applied only on the top half of the interface. © Elsevier, Paris.

mixed convection / simultaneous development / conjugate problem / non-uniform thermal condition / inclined tube / numerical study / laminar flow

Résumé — Les équations différentielles décrivant l'écoulement laminaire en convection mixte d'un fluide de type Boussinesq dans une conduite inclinée ont été solutionnées numériquement pour quatre conditions thermiques différentes : flux thermique uniforme sur toute la circonférence ou seulement sur la moitié supérieure de celle-ci, appliqué soit sur la surface extérieure de la conduite ou directement à l'interface solide–fluide. Les résultats obtenus autant pour les variables locales (distribution circumférentielle de la température de l'interface, profil de vitesse axiale, etc.) que pour les paramètres moyens (valeurs moyennes en une section du nombre de Nusselt et de la contrainte de cisaillement pariétale) sont très différents, surtout pour des valeurs élevées du nombre de Grashof. Ainsi, pour $Gr = 10^6$, $Re = 500$ et $Pr = 7$, le nombre de Nusselt moyen asymptotique pour un flux uniforme appliqué à la surface extérieure de la conduite est 16,47 ; les valeurs correspondantes de Nu pour un flux thermique imposé à l'interface fluide–solide sont 26,14 pour un flux uniforme sur toute la circonférence et 29,71 pour un flux appliqué seulement sur la moitié supérieure de celle-ci. © Elsevier, Paris.

convection mixte / développement simultané / problème conjugué / chauffage non uniforme / tube incliné / étude numérique / écoulement laminaire

Nomenclature

$a = \lambda/\rho C_p$	diffusivité thermique.....	$m^2 \cdot s$	$Nu = h D_i/\lambda_f$	nombre de Nusselt local	
C_p	chaleur massique.....	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	Nu_z	nombre de Nusselt moyen	
D_i	diamètre intérieur.....	m	p	pression du fluide.....	Pa
g	accélération de la pesanteur....	$m \cdot s^{-2}$	$Pr = \nu/a$	nombre de Prandtl	
$Gr = \frac{g \beta D_i^4 \bar{q}_w}{\lambda_f \nu^2}$	nombre de Grashof		q_w	flux de chaleur moyen à l'interface solide–fluide.....	$W \cdot m^{-2}$
$k_p = \lambda_s/\lambda_f$			q^*	flux de chaleur sans dimension à l'interface solide–fluide	
			r	coordonnée radiale.....	m
			R	coordonnée radiale sans dimension	

* Correspondance et tirés à part.
 nicolas.galanis@gme.usherb.ca

r_{ex}	rayon extérieur	m
$Re = \frac{v_0 D_i}{\nu}$	nombre de Reynolds	
v_r	vitesse radiale	$m \cdot s^{-1}$
v_θ	vitesse tangentielle	$m \cdot s^{-1}$
v_z	vitesse axiale	$m \cdot s^{-1}$
V_R	vitesse radiale sans dimension	
V_θ	vitesse tangentielle sans dimension	
V_Z	vitesse axiale sans dimension	
T	température	K
T^*	température sans dimension	
z	coordonnée axiale	m
Z	coordonnée axiale sans dimension	

Symboles grecs

α	inclinaison de la conduite	
β	coefficient de dilatation cubique	K^{-1}
Γ	coefficient de diffusion	
$\Delta = r_{ex}/D_i$		
θ	coordonnée tangentielle	
λ	conductivité thermique	$W \cdot m \cdot K^{-1}$
ν	viscosité cinématique	$m^2 \cdot s^{-1}$
ρ	masse volumique	$kg \cdot m^{-3}$
τ	contrainte de cisaillement pariétale sans dimension	

Indices

0	conditions d'entrée
B	mélange
s	solide
f	fluide
p	paroi
sup	supérieur
inf	inférieur
w	interface fluide-solide

1. INTRODUCTION

La convection mixte dans les conduites a fait l'objet de plusieurs études analytiques et numériques. Ainsi, récemment, Orfi et al. [1] ont présenté les effets de l'inclinaison et de l'intensité du flux thermique sur la convection mixte en développement hydrodynamique et thermique à l'intérieur d'une conduite inclinée, soumise à un flux de chaleur uniforme à l'interface fluide-solide.

Les études visant les problèmes plus compliqués de transfert conjugué (conduction dans la paroi et convection à l'intérieur de la conduite) ou de flux thermique non-uniforme sont plutôt rares. Parmi celles-ci, il faut citer celle de Reynolds [2], qui a obtenu une solution analytique pour l'écoulement développé en convection forcée pure à l'intérieur d'une conduite

soumise à un flux thermique circonférentiellement non uniforme à l'interface solide-fluide. Patankar et al. [3] ont effectué une étude numérique de la convection mixte dans une conduite horizontale, pour un écoulement développé avec chauffage uniforme à l'interface solide-fluide sur une moitié (supérieure ou inférieure) et l'autre moitié thermiquement isolée. Des mouvements secondaires importants, dus à la convection naturelle, ont été mis en évidence dans le cas du chauffage appliqué par le bas ; ils sont à l'origine d'importantes augmentations du nombre de Nusselt par rapport à celui correspondant à la convection forcée pure. En revanche, dans le cas du chauffage appliqué par le haut, le mouvement convectif secondaire est relativement faible et la stratification est dominante. Bernier et Baliga [4] ont étudié la convection mixte en tenant compte de la conduction pariétale pour un écoulement en développement dans une conduite verticale. Ils ont montré que la diffusion axiale de la chaleur dans la paroi de la conduite devient négligeable pour de faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques solide-fluide ou des épaisseurs de la paroi ; les caractéristiques du fluide et de l'écoulement (les nombres de Reynolds et de Prandtl) influencent également la diffusion axiale de la chaleur dans le solide. Laouadi et al. [5] ont étudié le problème avec convection mixte dans une conduite inclinée, soumise à un flux de chaleur uniforme, pour un écoulement thermiquement et hydrodynamiquement développé. Ils ont établi qu'un flux uniforme sur la surface extérieure de la conduite induit également un flux uniforme à l'interface solide-fluide pour de faibles valeurs du rapport des conductivités thermiques, $k_p \leq 10^{-2}$, et une température uniforme pour des valeurs élevées de ce rapport, $k_p \geq 10^3$. Plus récemment, Choi et Choi [6] ont étudié numériquement la convection mixte pour un écoulement en développement dans une conduite horizontale soumise à un flux de chaleur uniforme sur la moitié inférieure de l'interface et isolée sur l'autre moitié ; ils se sont principalement intéressés au phénomène de bifurcation (solutions doubles), qui est observé quand le nombre de Grashof est élevé.

En pratique, la conduction pariétale joue un rôle important dans les écoulements en convection mixte, notamment dans les cas où les conditions thermiques ne sont pas uniformes.

Dans le présent travail, qui vise des systèmes répandus, à savoir les capteurs solaires et les réacteurs nucléaires, on fait ressortir par une étude numérique l'importance de la paroi sur le développement thermique et hydrodynamique de l'écoulement laminaire d'un fluide incompressible newtonien à l'intérieur d'une conduite inclinée soumise à un flux de chaleur uniforme ou non uniforme. Pour cela, on a considéré les quatre configurations de la *figure 1* :

- cas 1 : un flux thermique uniforme est appliqué sur la paroi extérieure de la conduite (problème conjugué) ;
- cas 2 : un flux thermique uniforme est appliqué à l'interface fluide-solide ;

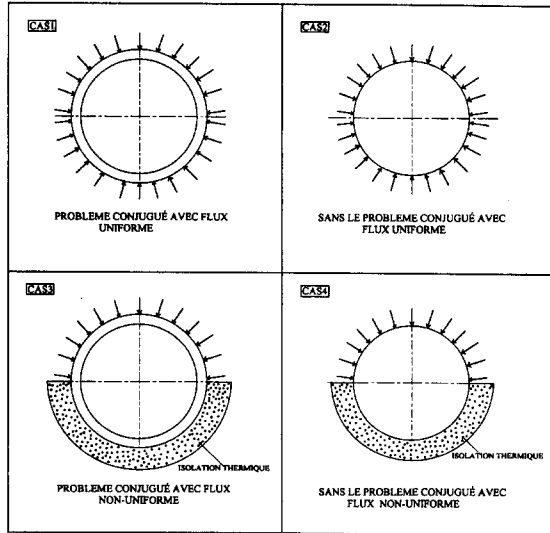


Figure 1. Présentation schématique des différents cas étudiés.

Figure 1. Schematic representation of the cases under consideration.

– cas 3 : le problème conjugué est traité avec un flux thermique non-uniforme (flux constant sur la moitié supérieure de la conduite, l'autre moitié étant isolée) ;

– cas 4 : mêmes conditions de flux thermique qu'au cas 3 appliquées à l'interface fluide-solide.

Parmi les principaux objectifs de la présente étude, on cite :

– la démonstration de l'existence des limites quant à la possibilité de négliger la conduction thermique dans la paroi de la conduite, notamment quand une condition de flux non uniforme est appliquée ;

– la compréhension des phénomènes de transfert thermique et des écoulements en développement thermique et hydrodynamique, dans le cas de la convection mixte.

Dans tous ces cas, la conduite est inclinée à 40° par rapport à l'horizontale (situation typique pour les capteurs solaires), le fluide est de l'eau et l'écoulement est en développement thermique et hydrodynamique.

2. FORMULATION DU PROBLÈME

La figure 2 présente le système de coordonnées adopté. Pour la modélisation du problème, l'écoulement est supposé laminaire en régime permanent. Le fluide est newtonien et incompressible, avec des propriétés constantes, sauf dans le terme de gravité où l'hypothèse de Boussinesq est adoptée. La dissipation visqueuse, ainsi que la diffusion axiale de la chaleur et de la quantité du mouvement, ont été négligées, étant donné que

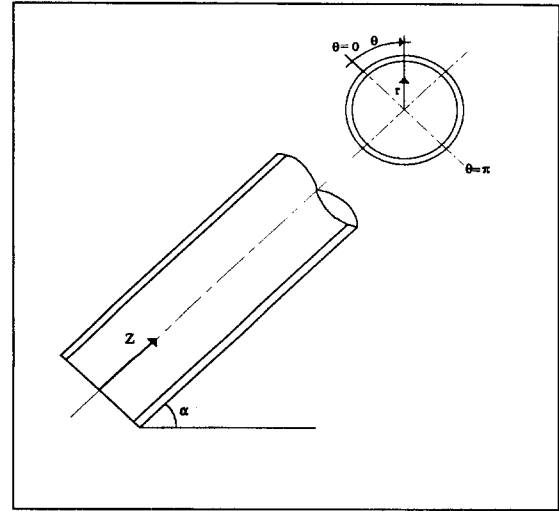


Figure 2. Système de coordonnées.

Figure 2. Coordinate system.

la valeur du nombre de Péclet est élevée ($Pe = 3500$) [7–10]. Cette dernière hypothèse a permis une simplification considérable des équations : le problème devient du type parabolique dans la direction axiale, ce qui conduit à une réduction importante du temps de calcul. La pression est considérée comme la somme de deux composantes, dont la première, p' , représente la pression moyenne dans une section de la conduite et dépend uniquement de la position axiale ; la deuxième, p'' , représente une perturbation dans le plan (r, θ) . Cette hypothèse a été proposée et justifiée par Patankar et Spalding [11]. Les paramètres adimensionnels choisis sont :

$$R = \frac{r}{D_i}, \quad Z = \frac{z}{D_i Re Pr}, \quad V_\theta = \frac{v_\theta}{a/D_i}, \quad V_R = \frac{v_r}{a/D_i},$$

$$V_z = \frac{v_z}{v_0}, \quad P_1 = \frac{p_1}{\rho_0 (a/D_i)^2}, \quad P_2 = \frac{p_2}{\rho_0 v_0^2}, \quad T^* = \frac{T - T_0}{q_w D_i / \lambda_f}$$

$$\text{tels que :} \quad p_1 = p''(r, \theta) + \rho_0 g r \cos \alpha \cos \theta \quad (1)$$

$$\text{et} \quad p_2 = p'(z) + \rho_0 g z \sin \alpha \quad (2)$$

Les équations de conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie, exprimées en variables adimensionnelles, sont :

$$\bullet \quad \frac{1}{R} \frac{\partial(R V_R)}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial V_z}{\partial Z} = 0 \quad (3)$$

$$\bullet \quad V_R \frac{\partial V_R}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} = -\frac{\partial P_1}{\partial R} + \Gamma_R \Delta^2(V_R) - V_z \frac{\partial V_R}{\partial Z}$$

$$+ Pr \left[-\frac{2}{R^2} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} \frac{V_R}{R^2} \right] + \frac{V_\theta^2}{R}$$

$$+ Gr Pr^2 T^* \cos \alpha \cos \theta \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad V_R \frac{\partial V_\theta}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} &= -\frac{1}{R} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} + \Gamma_\theta \Delta^2(V_\theta) - V_z \frac{\partial V_\theta}{\partial Z} \\ &+ Pr \left[\frac{2}{R^2} \frac{\partial V_R}{\partial \theta} - \frac{V_\theta}{R^2} \right] - \frac{V_\theta V_R}{R} \\ &- Gr Pr^2 T^* \cos \alpha \sin \theta \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \bullet \quad V_R \frac{\partial V_z}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial V_z}{\partial \theta} &= -\frac{dP_2}{dZ} + \Gamma_z \Delta^2(V_z) - V_z \frac{\partial V_z}{\partial Z} \\ &+ \frac{Gr Pr}{Re} T^* \sin \alpha \end{aligned} \quad (6)$$

$$\bullet \quad V_R \frac{\partial T^*}{\partial R} + \frac{V_\theta}{R} \frac{\partial T^*}{\partial \theta} = +\Gamma_T \Delta^2(T^*) - V_z \frac{\partial T^*}{\partial Z} \quad (7)$$

Il faut noter que les mêmes équations sont utilisées dans la région occupée par le fluide et dans la paroi solide. Afin de s'assurer que les vitesses dans le solide sont négligeables, les coefficients de diffusion de la quantité de mouvement dans le solide doivent tendre vers l'infini [12]. Ainsi, dans le fluide :

$$\Gamma_\theta = Pr, \quad \Gamma_R = Pr, \quad \Gamma_z = Pr, \quad \Gamma_T = 1$$

tandis que, dans la paroi de la conduite, la valeur des coefficients de diffusion de la quantité de mouvement est $\Gamma_\theta = \Gamma_R = \Gamma_z = 10^{20}$ et $\Gamma_T = a_s/a_f$ pour la diffusion de la chaleur.

$$\text{Par ailleurs} \quad \Delta^2 = \frac{\partial^2}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} + \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$$

Les conditions aux limites communes à tous les cas sont basées sur un profil uniforme de vitesse et de température à l'entrée et sur une symétrie des champs hydrodynamique et thermique par rapport au diamètre vertical de la conduite.

à $Z = 0$:

$$V_z = 1 \text{ et } T^* = 0 \quad (8)$$

à $\theta = 0$ et $\theta = \pi$:

$$V_\theta = \frac{\partial T^*}{\partial \theta} = \frac{\partial V_\theta}{\partial \theta} = \frac{\partial V_R}{\partial \theta} = \frac{\partial V_z}{\partial \theta} = 0 \quad (9)$$

Par ailleurs, la condition thermique sur la paroi latérale est différente pour chacun des quatre cas étudiés :

- pour le cas 1 :

$$\text{si } R = \Delta \text{ et } 0 \leq \theta \leq \pi : k_p \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = \frac{1}{2\Delta} \quad (10a)$$

- pour le cas 2

$$\text{si } R = 1/2 \text{ et } 0 \leq \theta \leq \pi : \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = 1 \quad (10b)$$

- pour le cas 3

$$\text{si } R = \Delta \text{ et } 0 \leq \theta \leq \pi/2 : k_p \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = \frac{1}{\Delta} \quad (10c)$$

$$\text{si } R = \Delta \text{ et } \pi/2 < \theta \leq \pi : k_p \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = 0 \quad (10d)$$

- pour le cas 4

$$\text{si } R = 1/2 \text{ et } 0 \leq \theta \leq \pi/2 : \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = 1 \quad (10e)$$

$$\text{si } R = 1/2 \text{ et } \pi/2 < \theta \leq \pi : \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = 0 \quad (10f)$$

La condition d'adhésion à la paroi est imposée pour les cas 2 et 4 ; en revanche, pour les cas 1 et 3, elle est automatiquement satisfaite grâce au choix de valeurs pour les coefficients de diffusion de la quantité de mouvement dans le solide [12]. Les flux de chaleur à l'interface solide-fluide transférés par chacune des deux moitiés supérieure et inférieure de la conduite sont calculés au moyen des relations suivantes :

$$q_{\text{sup}}^* = \frac{k_p}{\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{\partial T_w^*}{\partial R} \Big|_{R=1/2} d\theta \quad (11)$$

$$\text{et} \quad q_{\text{inf}}^* = \frac{k_p}{\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} \frac{\partial T_w^*}{\partial R} \Big|_{R=1/2} d\theta \quad (12)$$

Pour satisfaire le principe de la conservation de l'énergie, la somme de ces deux quantités doit être égale à l'unité. Cette relation peut être utilisée pour évaluer la précision des calculs. Les valeurs locales du nombre de Nusselt et de la contrainte pariétale sont données par les expressions suivantes :

$$Nu = \frac{\frac{\partial T_f}{\partial R} \Big|_{R=0.5}}{T_w - T_B} \quad (13)$$

$$\text{et} \quad \tau_p = \frac{\partial V_z}{\partial R} \Big|_{R=0.5} \quad (14)$$

Dans les cas 2 et 4 le numérateur du nombre de Nusselt local peut être simplifié grâce à l'application de la condition thermique exprimée respectivement par les relations (10b), (10e) et (10f). Les valeurs moyennes de Nu et de τ_p en une section sont obtenues en intégrant les relations (13) et (14) entre $\theta = 0$ et $\theta = \pi/2$.

3. PROCÉDURE DE RÉOLUTION

Les équations différentielles ont été intégrées et discrétisées selon l'approche des volumes finis [8]. La procédure Simplec [13] a été choisie pour la résolution

du système d'équations algébriques fortement couplées (température-vitesse et gradient axial de pression-vitesse), avec l'adoption de la méthode utilisée par Raithby et Schneider [14] pour le calcul itératif du gradient axial de la pression et de la vitesse. Pour cela, dans le fluide, un maillage non uniforme est adopté dans la direction radiale et axiale, plus serré dans les régions où les variations de température et de vitesse sont relativement importantes, c'est-à-dire près de l'entrée de la conduite (ΔZ) et au niveau de l'interface solide-fluide (ΔR). Dans la paroi de la conduite, un maillage uniforme de 8 nœuds est choisi dans la direction radiale. En revanche, dans la direction circonférentielle (θ), le maillage considéré est uniforme, à cause de la conductivité thermique du matériau, très importante devant celle du fluide considéré. L'étude de l'influence du maillage sur les résultats a été effectuée pour le cas de base, correspondant aux valeurs suivantes : $Re = 500$, $Gr = 10^6$, $\alpha = 0^\circ$, $\Delta = 7/12$, $k_p = 70$ et $Pr = 7$. Les différents types de maillage considérés sont :

- (40×36) , (44×36) et (40×40) dans le plan (r, θ) ;
- (A, B, C) dans la direction axiale (Z), sachant que les espaces maximaux entre deux nœuds relatifs aux trois types de maillage (A, B et C) sont respectivement $\Delta Z = 8 \cdot 10^{-5}$, $\Delta Z = 4 \cdot 10^{-5}$ et $\Delta Z = 7 \cdot 10^{-5}$.

Les résultats issus des différents types de maillage ont été comparés pour des valeurs moyennes du nombre de Nusselt et la contrainte pariétale de cisaillement et pour les valeurs des paramètres locaux (température et vitesse axiale au centre de la conduite). Dans tous les cas, la variation relative n'excède pas les 2 % (figures 3 et 4). Sur la base de ces résultats, le maillage adopté comporte finalement 36 nœuds équidistants dans la direction circonférentielle, 32 nœuds non équidistants dans le fluide et 8 nœuds équidistants dans le solide suivant la direction radiale. Suivant la direction axiale, le maillage du type B est retenu avec 900 nœuds, sur une longueur de 70 fois le diamètre interne de la conduite. Le

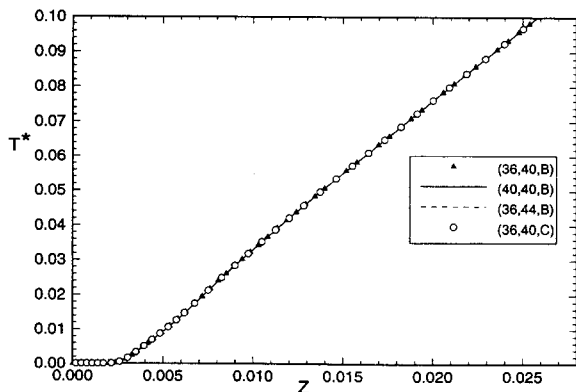


Figure 3. Évolution axiale de la température au centre de la conduite pour différents types de maillage.
Figure 3. Axial evolution of the pipe center temperature for several meshes.

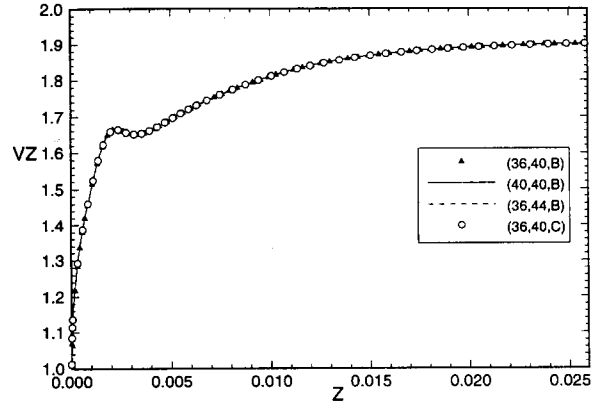


Figure 4. Évolution axiale de la vitesse au centre de la conduite pour différents types de maillage.
Figure 4. Axial evolution of the pipe center velocity for several meshes.

critère de convergence est basé sur la masse résiduelle, dont la valeur doit être inférieure à 10^{-6} . La liaison des deux domaines a été effectuée en imposant la condition de continuité de température et de flux. À l'interface solide-fluide :

$$T_s^* = T_f^* \text{ et } k_p \frac{\partial T_s^*}{\partial R} = \frac{\partial T_f^*}{\partial R}$$

Les résultats du présent modèle ont été confrontés avec des résultats expérimentaux et ceux issus de plusieurs travaux analytiques et numériques antérieurs. La figure 5 présente la comparaison des résultats du présent modèle avec la solution analytique de Reynolds [2] pour le cas de la convection forcée pure dans un écoulement complètement développé à l'intérieur d'une conduite soumise à des conditions thermiques non uniformes à l'interface solide-fluide. L'expression du flux de chaleur imposé est de la forme $q = \bar{q}(1 + b \cos \theta)$

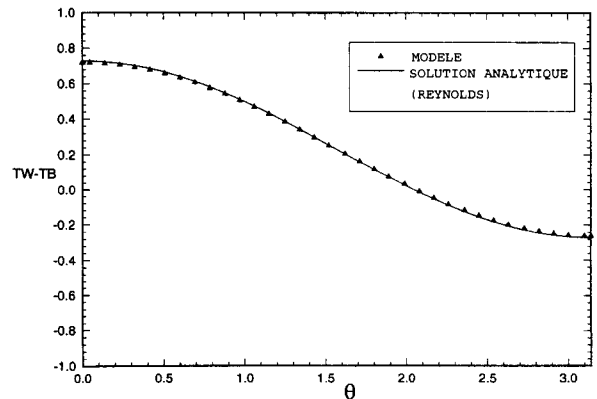


Figure 5. Validation des valeurs calculées de la différence de température entre la paroi et le fluide (convection forcée).
Figure 5. Validation of the calculated temperature difference between the wall and the fluid (forced convection).

où \bar{q} est le flux moyen sur toute la circonférence et b est une constante prise égale à l'unité dans les résultats de la figure 5. La figure 6 présente l'évolution axiale du nombre de Nusselt moyen calculé par le présent modèle et par la corrélation proposée par Petukhov et Polyakov [15] à partir de leurs résultats expérimentaux. Ces derniers sont relatifs à une étude de convection mixte dans une conduite verticale en acier inoxydable soumise à un flux de chaleur uniforme. Les deux figures montrent une bonne concordance entre les résultats du modèle et ceux des autres travaux.

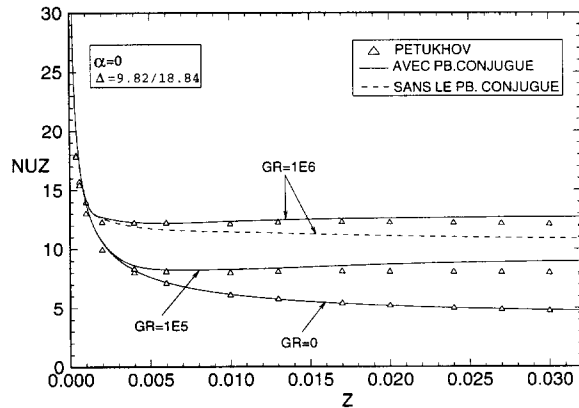


Figure 6. Validation des valeurs calculées du nombre de Nusselt moyen (convection mixte, conduite horizontale).

Figure 6. Validation of the calculated average Nusselt number (mixed convection, horizontal tube).

4. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les résultats présentés correspondent à l'écoulement d'eau ($Pr = 7$) dans une conduite en acier ordinaire ($k_p = 70$) inclinée à 40° par rapport à l'horizontale ; son diamètre est de 12 mm et l'épaisseur de sa paroi est de 1 mm ($\Delta = 7/12$). Le débit et le flux thermique imposés correspondent à un nombre de Reynolds de 500 et à un nombre de Grashof de 10^4 ou 10^6 . Les différents cas envisagés (voir figure 1) permettent de déterminer :

- les effets de la distribution circumférentielle du flux thermique en comparant les résultats des cas 1 et 3, ainsi que ceux des cas 2 et 4 ;
- les effets simultanés du transfert conductif dans la paroi et de la distribution circumférentielle du flux thermique, en comparant les résultats des cas 1 et 4, ainsi que ceux des cas 2 et 3.

4.1. Flux de chaleur à l'interface solide-fluide

La figure 7 montre l'évolution axiale de la fraction de chaleur transmise au fluide par la moitié supérieure de

l'interface solide-fluide pour chacun des cas envisagés. Évidemment, celle transmise par la partie inférieure est le complément de la valeur indiquée sur la figure. Dans le deuxième cas, les deux moitiés de l'interface transmettent la même quantité de chaleur au fluide, c'est à dire 50 % du flux imposé à la surface extérieure. Pour le cas 1, ceci ne se produit qu'à l'entrée de la conduite ($Z = 0$) ; en s'éloignant de l'entrée, le fluide reçoit de plus en plus de chaleur par la partie inférieure de l'interface. Au bout de la conduite, seulement 40 % du flux de chaleur imposé à la surface extérieure est transféré au fluide par la moitié supérieure de l'interface. Cette redistribution du flux est due à la conduction circumférentielle dans la paroi. L'effet est encore plus marqué dans le cas 3 ; malgré le fait que toute la chaleur est fournie à la partie supérieure de la surface extérieure, loin de l'entrée, le fluide reçoit plus d'énergie par la moitié inférieure de l'interface. On remarque qu'il existe une position axiale Z à laquelle les deux moitiés, supérieure et inférieure, de l'interface transmettent chacune au fluide 50 % de la chaleur ; cette position dépend de la valeur des cinq paramètres suivants : Gr , Pr , Re , k_p et Δ . Finalement, pour le cas 4, le flux de chaleur est entièrement transmis au fluide par la moitié supérieure de l'interface, puisqu'il est imposé directement sur celle-ci. Ces premiers résultats permettent d'expliquer ceux qui suivent.

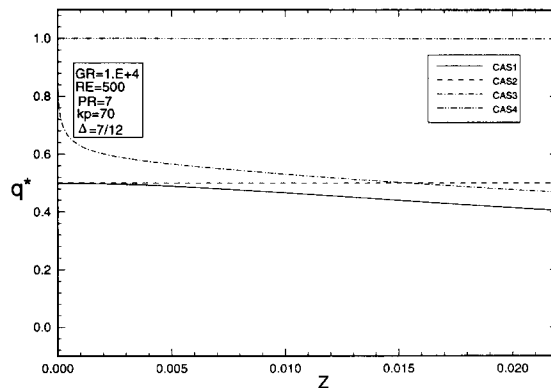


Figure 7. Fraction de la chaleur fournie au fluide par la moitié supérieure de l'interface ($Gr = 10^4$).

Figure 7. Fraction of heat supplied to the fluid from the top half of the interface ($Gr = 10^4$).

4.2. Développement du champ thermique

La figure 8 montre les isothermes dans différentes sections normales à l'axe longitudinal de la conduite, tandis que la figure 9 fournit des informations plus détaillées, en présentant l'évolution axiale du profil de température sur le diamètre vertical ($\theta = 0$ et $\theta = \pi$). Dans les cas 2 et 4, les températures correspondent

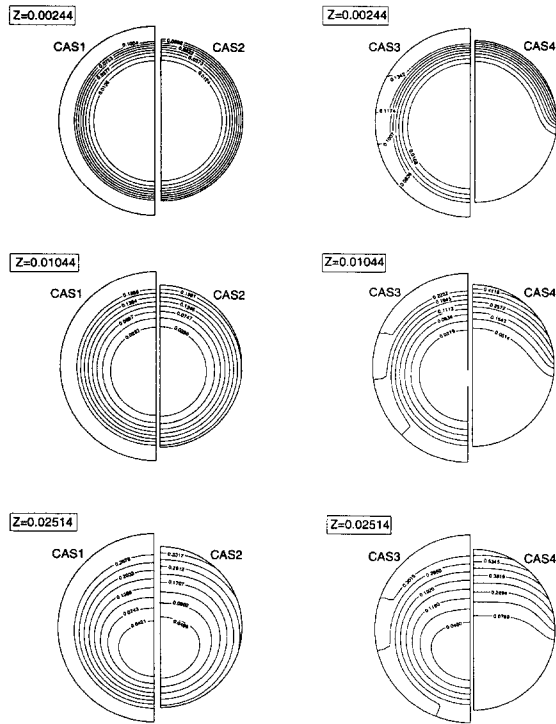


Figure 8. Évolution axiale des isothermes ($Gr = 10^4$).
Figure 8. Axial evolution of the isotherms ($Gr = 10^4$).

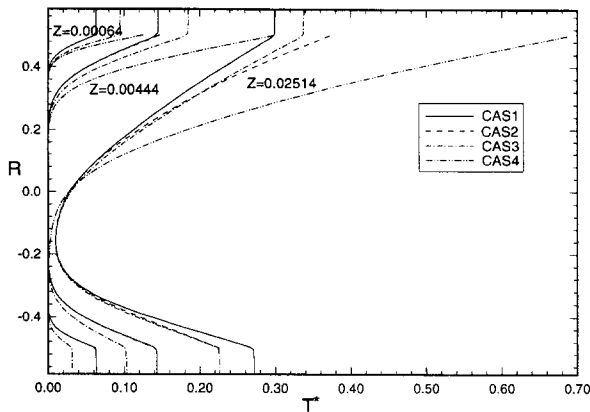


Figure 9. Évolution axiale du profil de température sur le diamètre vertical ($Gr = 10^4$).
Figure 9. Axial evolution of the temperature profile along the vertical diameter ($Gr = 10^4$).

au domaine $-0,5 \leq R \leq 0,5$, puisqu'on ne considère que le fluide ; en revanche, dans les cas 1 et 3, elles correspondent à $-\Delta \leq R \leq \Delta$, puisque le domaine comprend alors le fluide, mais aussi le matériau qui constitue la paroi solide de la conduite. Enfin, la *figure 10* présente la variation circonférentielle de la température de l'interface fluide-solide pour chacun des 4 cas à 3 positions axiales différentes.

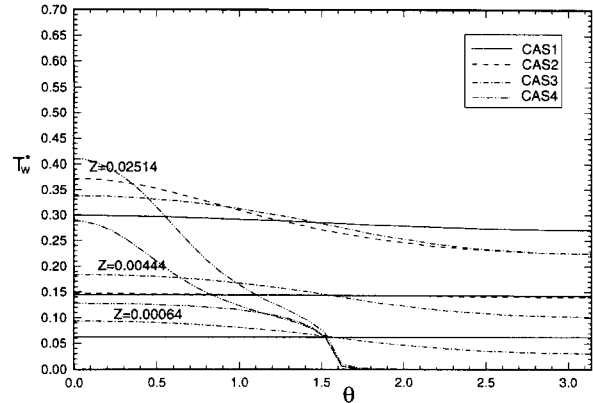


Figure 10. Évolution axiale de température à l'interface fluide-solide ($Gr = 10^4$).
Figure 10. Axial evolution of the interfacial temperature ($Gr = 10^4$).

Dans tous les cas, la chaleur fournie au fluide cause une augmentation monotone de la température avec la distance axiale, ainsi que d'importants gradients de celle-ci dans la direction radiale. On remarque aussi que, dans les cas 1 et 3, le gradient radial de température dans la paroi est négligeable, à cause de l'importance de la conductivité thermique du matériau par rapport à celle du fluide ($k_p = 70$) ; on peut donc considérer que la *figure 10* représente la variation circonférentielle de la température à n'importe quelle position radiale dans la paroi à $0,5 \leq R \leq \Delta$.

Pour les cas 1 et 2, l'évolution du champ thermique près de l'entrée est essentiellement la même puisque, dans cette région, les flux de chaleur fournis au fluide sont pratiquement répartis de façon identique (*figure 7*) ; les isothermes sont donc presque circulaires et la température de l'interface fluide-solide ne varie pratiquement pas selon θ (*figure 10*). Mais le fluide ainsi réchauffé devient plus léger et a tendance à monter vers la moitié supérieure de la conduite ; ainsi, les isothermes subissent une distorsion et la température minimale se déplace vers la moitié inférieure de la conduite. Cette distorsion est accompagnée d'une variation circonférentielle de la température de l'interface ; sa valeur maximale correspond toujours au haut de la conduite ($\theta = 0$) tandis que sa température minimale se situe au bas de celle-ci ($\theta = \pi$). La différence entre les valeurs extrêmes de la température pariétale est très faible dans le cas 1 (voir *tableau I*), ce qui est cohérent avec les résultats de Laouadi et al. [5] pour des valeurs de k_p élevées, comme dans l'étude actuelle. Ceci s'explique par le fait que le flux de chaleur appliqué sur la surface extérieure est véhiculé rapidement par conduction dans la paroi (bonne conductrice de chaleur) jusqu'au niveau de l'interface solide-fluide, où il est freiné par le fluide (moins bon conducteur). Ceci entraîne une accumulation de chaleur dans le matériau ; la température a tendance à s'uniformiser (*figure 10*).

TABLEAU I / TABLE I Écart entre les températures extrêmes de l'interface à $Z = 0,02514$. Difference of extreme interfacial temperatures at $Z = 0.02514$.				
	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
$\Delta T = T(\theta = 0) - T(\theta = \pi)$	0,028	0,146	0,112	0,686

Pour les cas 3 et 4, avec flux de chaleur imposé seulement sur la moitié supérieure de la conduite, les isothermes ne sont pas circulaires, même à $Z = 0,00244$; il existe donc déjà, à cette section, une différence entre les températures du fluide dans les parties supérieure et inférieure de la conduite, ainsi qu'entre les températures maximale et minimale de l'interface. Comme pour les cas 1 et 2, la température maximale de l'interface correspond à $\theta = 0$, et sa température minimale à $\theta = \pi$; leur différence n'évolue que très peu avec la distance axiale dans le cas 3 ; en revanche, elle augmente de façon très importante avec Z dans le cas 4.

En fait, dans ce dernier cas, toute la partie inférieure du fluide et de l'interface sont toujours à la température de l'entrée, même pour $Z = 0,02514$; ceci est dû au fait que la partie inférieure du domaine n'est réchauffée que par conduction à travers le fluide. Les isothermes relatifs au cas 4 font ressortir la stratification verticale observée également par Patankar et al. [3] pour le cas d'une conduite horizontale chauffée par la moitié supérieure de l'interface. La différence entre les valeurs extrêmes de la température pariétale est très grande dans le cas 4 (tableau I), tandis que dans le cas 3, elle est comparable à celle du cas 2. Il est important de noter que les résultats des figures 8, 9 et 10 indiquent que pour les cas 1, 2 et 3, la température de l'interface liquide-solide sur la circonférence est partout supérieure à la température moyenne du fluide dans la section considérée. En revanche, dans le cas 4, la température moyenne du fluide se situe entre les valeurs maximale et minimale de la température de l'interface.

En comparant les résultats des cas 1 et 2 et ceux des cas 3 et 4, on déduit qu'en négligeant la conduction pariétale les différences de température entre le haut et le bas de la conduite, tant pour le fluide que pour la paroi, seront surestimées. Ainsi, on aurait tendance à surestimer les contraintes thermiques dans la paroi et éventuellement à la surdimensionner.

Par ailleurs, en comparant les résultats des cas 1 et 3 et ceux des cas 2 et 4, on observe que la non-uniformité du flux augmente les différences de température entre le haut et le bas de la conduite. Il est donc important de tenir compte de la distribution circonférentielle du flux thermique dans les calculs.

Si on compare ensuite les résultats des cas 2 et 3 on constate que pour les conditions examinées ici, les températures du fluide et de la paroi sont assez semblables ; ceci est attribuable au fait que la conduction pariétale dans le cas 3 a tendance à

uniformiser la répartition du flux thermique fourni au fluide (voir figure 7), de façon à ce que la condition thermique à l'interface se rapproche de celle du cas 2. Mais ceci ne signifie pas qu'on peut remplacer un problème conjugué avec un flux non uniforme (cas 3) par un autre avec un flux uniforme à l'interface fluide-solide (cas 2), car les valeurs de Gr , Pr , Re , k_p et Δ peuvent changer la conclusion tirée du cas présent. Finalement, la comparaison des résultats obtenus pour les cas 1 et 4 montrent des différences plus grandes que toutes les précédentes ; ceci peut être expliqué par la très grande différence entre les répartitions correspondant aux flux fournis au fluide par les parties supérieure et inférieure de l'interface (figure 5).

4.3. Effets sur le nombre de Nusselt

Les distributions circonférentielles de la température de l'interface se reflètent sur les distributions correspondantes du nombre de Nusselt local présentées sur la figure 11. Dans tous les cas, ses valeurs décroissent quand Z augmente. Pour les cas 1 et 2, elles sont presque identiques sur toute la longueur de la conduite ; près de l'entrée, elles sont essentiellement indépendantes de θ , tandis que loin de celle-ci, elles augmentent de façon monotone avec θ . La valeur maximale à $\theta = \pi$ est environ 2,3 fois plus grande que la valeur minimale correspondant à $\theta = 0$. Pour le cas 3, la non-uniformité commence dès l'entrée et est plus importante que pour les cas précédents. Dans ces trois cas, pour une section donnée, le gradient de température à l'interface est partout positif ; la température de l'interface est partout supérieure à la température moyenne du fluide. Donc, le numérateur et le dénominateur de l'équation (10) sont tous deux positifs partout et le nombre de Nusselt est supérieur à zéro. En revanche, dans le cas 4,

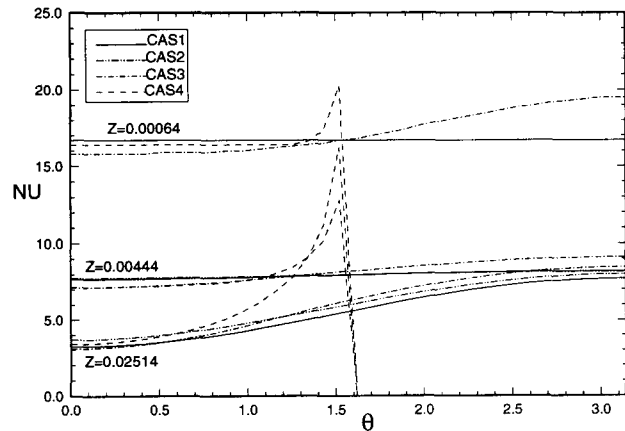


Figure 11. Évolution axiale de la distribution circonférentielle du nombre de Nusselt local ($Gr = 10^4$).

Figure 11. Axial evolution of the circumferential distribution of the local Nusselt number ($Gr = 10^4$).

le gradient radial de la température à l'interface est positif dans la moitié supérieure de l'interface ($\theta < \pi/2$) et nul dans sa moitié inférieure ($\theta > \pi/2$) ; donc, pour $\theta > \pi/2$, le nombre de Nusselt local est nul. Il faut noter que, pour ce cas, il est possible que le dénominateur de l'équation (13) devienne négatif, puisque la température moyenne du fluide se situe entre les valeurs extrêmes de celle de l'interface. Ceci ne se produit pas dans les conditions de la *figure 11*. Mais, pour $Gr = 10^6$, on a observé qu'effectivement le nombre de Nusselt local tend vers l'infini en une position angulaire particulière, puis devient négatif [16]. Des résultats analogues ont été obtenus par Reynolds [2]. Il ne faut évidemment pas les interpréter comme signifiant que la chaleur se dirige du fluide vers l'interface ; il faut simplement admettre que la définition du nombre de Nusselt local donnée par l'équation (13) n'a pas de sens physique pour le cas 4.

L'évolution axiale du nombre de Nusselt moyen en une section est présentée sur la *figure 12*. Près de l'entrée, les valeurs de Nu_Z sont toutes proches de celles de la convection forcée [1]. Plus loin, l'allure des courbes est influencée par la valeur du nombre de Grashof, c'est-à-dire par l'importance de la convection naturelle. Ainsi, pour $Gr = 10^4$, les valeurs de Nu_Z décroissent de façon monotone quand Z augmente, tandis que, pour $Gr = 10^6$, elles passent par un minimum local avant la croissance. Dans les cas 1, 2 et 3, le nombre de Nusselt moyen tend vers une valeur asymptotique, qui dépend du nombre de Grashof et de la condition thermique considérée (voir *tableau II*) ; ces valeurs asymptotiques sont nettement supérieures à celles de la convection forcée pure et augmentent avec le nombre de Grashof [1]. Dans le cas 4, le nombre de Nusselt moyen pour $Gr = 10^6$ tend vers $\pm\infty$, ainsi que l'a observé Reynolds [2], aux positions axiales où la température pariétale à une certaine position circconférentielle devient égale à la température moyenne du fluide pour la section considérée.

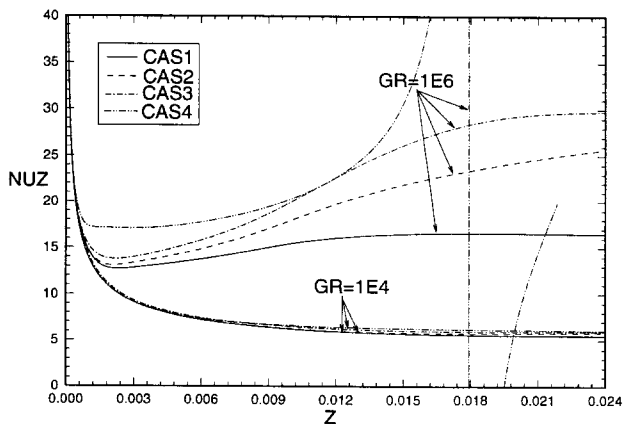


Figure 12. Évolution axiale du nombre de Nusselt moyen.
Figure 12. Axial evolution of the average Nusselt number.

TABLEAU II / TABLE II			
Valeurs asymptotique du nombre de Nusselt moyen.			
Asymptotic average Nusselt number value.			
	Convection forcée	Convection mixte $Gr = 10^4$	Convection mixte $Gr = 10^6$
Cas 1	4,36	5,52	16,47
Cas 2	4,36	5,96	26,14
Cas 3	4,36	6,01	29,71

4.4. Structure de l'écoulement secondaire

L'augmentation de la température du fluide près de la paroi cause un mouvement ascendant dans cette région et un mouvement descendant près du diamètre vertical, représenté à la *figure 13*. Près de l'entrée de la conduite, celui-ci est relativement faible, particulièrement pour le cas 4, puisque la température du fluide est partout proche de celle à l'entrée de la conduite. Plus loin, ce mouvement de convection naturelle, qui est composé de deux tourbillons symétriques par rapport au diamètre

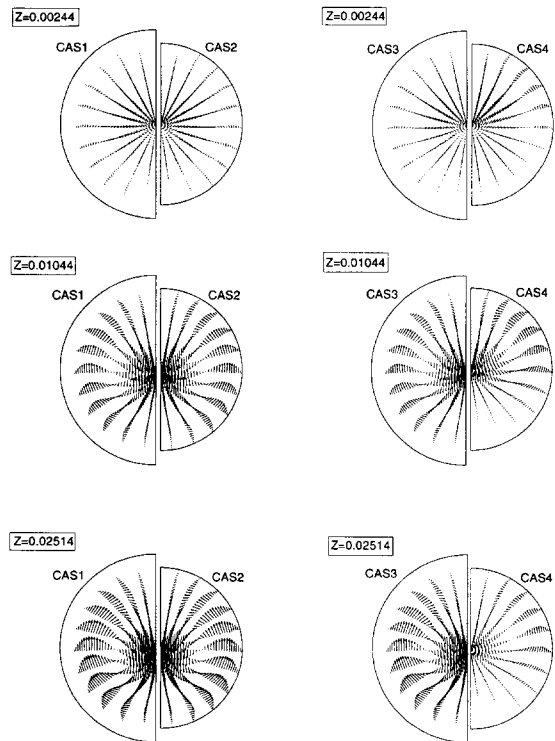


Figure 13. Évolution axiale de l'écoulement secondaire ($Gr = 10^4$).
Figure 13. Axial evolution of the secondary flow ($Gr = 10^4$).

vertical, devient plus important. Pour les cas 1, 2 et 3, ces tourbillons s'étendent sur toute la section et les vitesses correspondantes sont plus élevées que celles correspondant au cas 4, pour lequel les tourbillons ne sont significatifs que dans la partie supérieure de la section ; ces effets sont une conséquence directe de la répartition circonférentielle du flux thermique au niveau de chacune des deux moitiés de l'interface fluide-solide (figure 7). En comparant les résultats relatifs aux cas 1 et 2, ainsi que ceux des cas 3 et 4, on constate que la conduction pariétale a tendance à augmenter l'intensité du mouvement secondaire de la convection naturelle, puisqu'elle oriente une partie du flux thermique imposé à la surface extérieure vers la partie inférieure de l'interface (figure 7). En revanche, en comparant les résultats des cas 1 et 3 ainsi que ceux des cas 2 et 4, on constate que la condition de flux non uniforme conduit à une atténuation de l'intensité du mouvement secondaire ; cette tendance confirme les déductions de Patankar et al. [3] pour des conduites horizontales.

4.5. Effets sur la vitesse axiale et la contrainte pariétale

La figure 14 présente l'évolution du profil de vitesse axiale sur le diamètre vertical ($\theta = 0$, $\theta = \pi/2$) pour $Gr = 10^4$ et $Gr = 10^6$. Près de l'entrée de la conduite, ces profils de vitesse sont symétriques par rapport à l'axe de la conduite et essentiellement identiques pour les quatre cas considérés. En fait, pour $Gr = 10^4$, ces profils pour les cas 1, 2 et 3 restent identiques sur toute la longueur considérée ; il faut noter néanmoins que, loin de l'entrée, ils ne sont plus symétriques par rapport à la position $\theta = \pi/2$: leur valeur maximale, très proche de

2, se situe légèrement plus bas que l'axe de la conduite, à cause des forces de gravité qui sont plus importantes que les forces d'Archimède. Par contre, pour le cas 4, ce profil reste symétrique par rapport à $\theta = \pi/2$ sur toute la longueur considérée, du fait des très faibles mouvements secondaires (convection naturelle).

Pour $Gr = 10^6$ (figure 14b), ces profils de vitesse perdent leur symétrie assez près de l'entrée et présentent une différence relativement importante d'un cas à un autre. Ainsi, loin de l'entrée, pour $Z = 0,01794$, la valeur maximale de la vitesse axiale est nettement supérieure à 2 et se situe dans la moitié supérieure de la conduite, ce qui s'explique par l'importance des forces d'Archimède relativement aux forces de gravité. Par rapport au profil symétrique de Poiseuille, le cas 1 produit le moins de distorsion, suivi, dans l'ordre, des cas 3, 2 et 4.

Évidemment, ces distorsions du profil de vitesse axiale conduisent à une répartition circonférentielle non uniforme de la contrainte de cisaillement pariétale locale. La figure 15 montre que, pour $Gr = 10^4$, cet effet est important, notamment loin de l'entrée. Il est intéressant de noter que pour $Z = 0,02514$, quand θ augmente, la valeur de τ diminue dans les cas 1, 2 et 3, mais elle augmente dans le cas 4. Par ailleurs, la figure 16 montre que les valeurs de la contrainte pariétale moyenne en une section est essentiellement la même pour les 4 cas étudiés quand $Gr = 10^4$; en revanche, pour $Gr = 10^6$, les valeurs des contraintes moyennes et leur évolution axiale diffèrent selon le cas étudié. Ceci est dû à la convection naturelle qui fait que le fluide au voisinage de la paroi est accéléré (figure 14b). Dans tous les cas, la contrainte pariétale tend vers une valeur asymptotique, qui est nettement différente de celle correspondant à un écoulement forcé pur ($\tau_p = -8$).

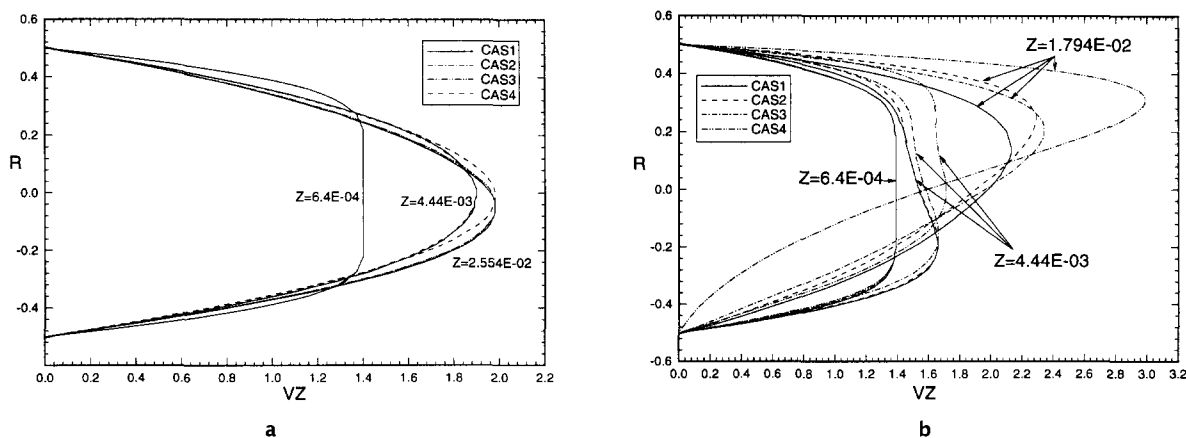


Figure 14. a. Évolution du profil de vitesse axiale sur le diamètre vertical ($Gr = 10^4$). b. Évolution du profil de vitesse axiale sur le diamètre vertical ($Gr = 10^6$).

Figure 14. a. Evolution of axial velocity profile along the vertical diameter ($Gr = 10^4$). b. Evolution of axial velocity profile along the vertical diameter ($Gr = 10^6$).

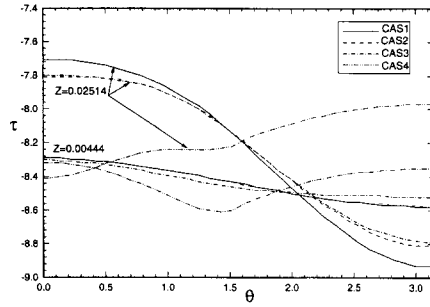


Figure 15. Évolution axiale de la distribution circonférentielle de la contrainte de cisaillement pariétale ($Gr = 10^4$).

Figure 15. Axial evolution of the circumferential distribution of the wall shear stress ($Gr = 10^4$).

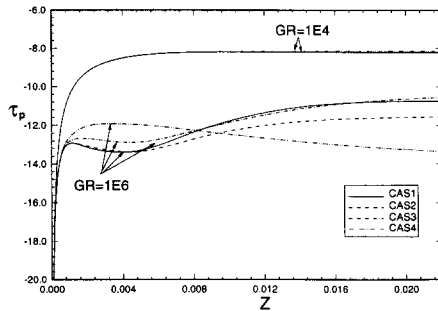


Figure 16. Évolution axiale de la contrainte de cisaillement moyenne ($Gr = 10^4$ et $Gr = 10^6$).

Figure 16. Axial evolution of the average shear stress ($Gr = 10^4$ and $Gr = 10^6$).

5. CONCLUSION

La présente étude fait ressortir d'une manière très claire les effets sur l'écoulement du transfert conjugué et des conditions de chauffage non uniforme. Les principaux résultats sont les suivants :

- dans la paroi solide (cas 1 et 2), loin de l'entrée du tube, la conduction de la chaleur suivant la direction tangentielle est très importante par rapport à la conduction radiale ;

- dans le cas 3, au-delà d'une certaine position axiale, la plus grande part du flux imposé à l'extérieur est transmise au fluide par la moitié inférieure de la conduite, malgré l'isolation thermique sur cette dernière (en régime établi, 53 % de la chaleur est transmise au fluide par le bas) ; cette valeur est plus importante pour $Gr = 10^5$ [16] ;

- en l'absence de paroi, quand le flux de chaleur est imposé sur la partie supérieure (cas 4), les mouvements secondaires sont très faibles ; la chaleur est transférée principalement dans le fluide par conduction (stratification de la température).

La modélisation des écoulements dans une conduite chauffée doit être réalisée avec beaucoup de soin, en ce qui concerne la condition de flux thermique. Bien qu'il soit plus facile de négliger la conduction dans la paroi en appliquant le flux thermique directement à l'interface fluide-solide, la comparaison des résultats des cas 1 et 2, ainsi que celle des cas 3 et 4, montre que cette simplification peut conduire à des résultats erronés, notamment quand le nombre de Grashof est élevé ; ces erreurs se produisent tant au niveau des paramètres moyens (valeurs moyennes en une section du nombre de Nusselt et de la contrainte de cisaillement pariétale) qu'à celui des valeurs locales (distribution circonférentielle de la température de l'interface fluide-solide, profil de vitesse axiale, intensité de l'écoulement secondaire). Par ailleurs, les résultats calculés ont aussi démontré, en comparant les cas 1 et 3 ainsi que les cas 2 et 4, qu'il est également important de tenir compte correctement de tout manque d'uniformité circonférentielle du flux thermique fourni à la conduite, car cette répartition affecte elle aussi les paramètres moyens et locaux de l'écoulement. Ainsi, pour $Gr = 10^6$, un écart relatif de l'ordre de 38,8 % de la valeur asymptotique du nombre de Nusselt est obtenu pour les cas de condition de flux uniforme suivant la circonférence, appliqué respectivement à la surface extérieure de la conduite et à l'interface solide-fluide (cas 1 et 2). Cet écart est approximativement égal à 44,4 % quand la condition de flux non uniforme est appliquée (cas 1 et 3).

Remerciements

Cette étude a été rendue possible grâce au support financier du Conseil de recherche en sciences naturelles et au génie du Canada et de la Banque islamique de développement.

RÉFÉRENCES

- [1] Orfi J., Galanis N., Nguyen C.T., Développement simultané hydrodynamique et thermique d'un écoulement laminaire dans un tube incliné en régime de convection mixte, *Rev. Gén. Therm.* 36 (1997) 83-92.
- [2] Reynolds W.C., Heat transfer to fully developed laminar flow in a circular tube with arbitrary circumferential heat flux, *J. Heat Trans.-T. ASME* 82 (1960) 108-112.
- [3] Patankar S.V., Ramadhyani S., Sparrow E.M., Effect of circumferentially nonuniform heating on laminar combined convection in a horizontal tube, *J. Heat Trans.-T. ASME* 100 (1978) 63-70.
- [4] Bernier M.A., Baliga B.R., Conjugate conduction and laminar mixed convection in vertical pipes for upward flow and uniform wall heat flux, *Numer. Heat Tr. A-Appl.* 21 (1992) 313-332.
- [5] Laouadi A., Galanis N., Nguyen C.T., Laminar fully developed mixed convection in inclined tubes uniformly heated on their outer surface, *Numer. Heat Tr. A-Appl.* 26 (1994) 719-738.
- [6] Choi D.K., Choi D.H., Developing mixed convection flow in a horizontal tube under circumferentially non-uniform heating, *Int. J. Heat Mass Trans.* 37 (13) (1994) 1899-1913.

[7] Schmidt F.W., Zeldin B., Laminar heat transfer in the entrance region of ducts, *Appl. Sci. Res.* 23 (1970) 73–94.

[8] Kakaç S. et al., *Handbook of Single Phase Convective Heat Transfer*, John Wiley and Sons, New York, 1987.

[9] Pagliarini G., Steady laminar heat transfer in the entry region of circular tubes with axial diffusion of heat and momentum, *Int. J. Heat Mass Tran.* 32 (6) (1989) 1037–1052.

[10] Nesreddine H., Galanis N., Nguyen C.T., Effects of axial diffusion on laminar heat transfer with low Péclet numbers in the entrance region of thin vertical tubes, *Numer. Heat Tr. A–Appl.* 33 (1998) 247–266.

[11] Patankar S.V., Spalding D.B., A calculation procedure for heat, mass and momentum transfer in three dimensional parabolic flows, *Int. J. Heat Mass Tran.* 15 (1972) 1787–1806.

[12] Patankar S.V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation and McGraw-Hill Book Company, New York, 1980.

[13] Van Doormaal J.P., Raithby G.D., Enhancements of the SIMPLE method for predicting incompressible fluid flows, *Numer. Heat Tr.* 7 (1984) 147–163.

[14] Raithby G.D., Schneider G.E., Numerical solution of problems in incompressible fluid flow: treatment of the velocity-pressure coupling, *Numer. Heat Tr.* 2 (1979) 417–440.

[15] Petukhov B.S., Polyakov A.F., Experimental investigation of viscogravitational fluid flow in a horizontal tube, *Scientific Research Institute of High Temperatures (translated from Teplofizika Vysokikh Temperatur* 5 (1) (1967) 87–95.

[16] Ouzzane M., Galanis N., Developing mixed convection in an inclined tube with circumferentially non-uniform heating at its outer surface, *Numer. Heat Tr.* (accepté).

Abridged English Version

Effects of wall and non-uniform thermal condition on developing flow with mixed convection in an inclined tube

Combined free and forced convection in the entrance region of a tube with non-uniform heat flux occurs in many diverse industrial and engineering applications such as solar collectors and nuclear reactors. Most of the previous studies apply a uniform temperature or uniform heat flux condition directly at the fluid–solid interface. In the present study, the simultaneous effects of wall conduction and non-uniform heating on developing mixed convection in inclined tubes have been studied numerically. Four different cases of the thermal boundary condition are considered: a uniform heat flux is applied over the entire circumference or its top half at either the outer tube surface or at the fluid–solid interface (*figure 1*). The flow is assumed to be steady and laminar and the fluid is Newtonian, incompressible with constant properties except for the density in the expression of gravity force where Boussinesq's hypothesis is adopted. Viscous dissipation as well as the axial diffusion of heat and momentum are neglected. This last assumption leads to a considerable simplification of the fundamental equations which become parabolic in the axial direction while remaining elliptical in the radial and tangential directions. Furthermore, in accordance with the argument presented by Patankar and Spalding [11], the pressure is expressed as the sum of a cross-sectional average value p' which depends on the axial position only and an in-plane perturbation p'' which depends on r and θ . The coupled non-linear partial differential equations were integrated and discretised using the staggered grid approach proposed by Patankar [12]. The Simplec procedure [9] is used for the linkage of velocities and pressure while the iterative method proposed by Raithby and Schneider [14] is used to calculate the axial pressure gradient. The set of linearized difference equations is solved with the

tridiagonal matrix algorithm (TDMA). The numerical code has been successfully validated with previously published results (*figures 5 et 6*).

The conduction through the tube material affects considerably the thermal and hydrodynamic fields especially when the uniform heat flux is applied at the top half of the tube section. It should be taken into consideration, particularly when the ratio of the solid to fluid conductivity k_p is not very small. When the heat flux is imposed at the top half of the solid–fluid interface (case 4), a temperature stratification is observed (*figure 8*) and the secondary motion which consists of a vortex is weak and limited to the upper half of the cross-section (*figure 13*). A considerable part of fluid in the lower half of the domain remains at the entry temperature. On the other hand, when the heat flux is imposed at the top half of the outer surface (case 3), a considerable fraction of the energy supplied is conducted circumferentially through the wall and reaches the fluid from the bottom half of the solid–fluid interface. The fluid in the bottom half of the cross section is then considerably warmer; the secondary motion is more intense, especially at a large distance from the tube entrance, and extends over the entire cross-section (*figure 13*). For $Gr = 10^6$, the value of the asymptotic Nusselt number is 16.47 when a uniform heat flux is applied on the entire outer surface of the tube. When the heat is imposed at the solid–fluid interface over the entire circumference or its top half, the corresponding Nusselt number are 26.14 and 29.71 respectively (*figure 12*). For $Gr = 10^4$, the corresponding Nusselt numbers are essentially identical for all thermal boundary conditions.